

BÀI TẬP CHƯƠNG II

- Trong một hòm đựng 10 chi tiết đạt tiêu chuẩn và 5 chi tiết là phế phẩm. Lấy đồng thời 3 chi tiết. Tính xác suất:
 - Cả 3 chi tiết lấy ra thuộc loại đạt tiêu chuẩn.
 - Trong số 3 chi tiết lấy ra có 2 chi tiết đạt tiêu chuẩn.
- Thang máy của một tòa nhà 7 tầng xuất phát từ tầng một với 3 khách. Tìm xác suất để:
 - Tất cả cùng ra ở tầng bốn.
 - Tất cả cùng ra ở một tầng
 - Mỗi người ra một tầng khác nhau.
- Ta kiểm tra theo thứ tự một lô hàng có 10 sản phẩm. Mỗi sản phẩm thuộc một trong hai loại: Tốt hoặc Xấu. Ký hiệu A_k ($k = 1, \dots, 10$) là biến cố chỉ sản phẩm kiểm tra thứ k thuộc loại xấu. Biểu diễn các biến cố sau theo A_k :
 - Cả 10 sản phẩm đều xấu.
 - Có ít nhất một sản phẩm xấu.
 - Có 6 sản phẩm kiểm tra đầu là tốt, các sản phẩm còn lại là xấu.
 - Có 6 sản phẩm kiểm tra đầu là xấu.
- Hai người cùng bắn vào một mục tiêu. Khả năng bắn trúng của từng người là 0,8 và 0,9. Tìm xác suất:
 - Chỉ có một người bắn trúng mục tiêu.
 - Có người bắn trúng mục tiêu.
 - Cả hai người bắn trượt.
- Cơ cấu chất lượng sản phẩm của nhà máy như sau: 40% sản phẩm là loại I, 50% sản phẩm là loại II, còn lại là phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy. Tính xác suất sản phẩm lấy ra là phế phẩm.
- Để được nhập kho, sản phẩm của nhà máy phải qua 3 vòng kiểm tra chất lượng độc lập nhau. Xác suất phát hiện ra phế phẩm ở các vòng lần lượt theo thứ tự là 0,8; 0,9 và 0,99. Tính xác suất phế phẩm được nhập kho.
- Giả sử xác suất xuất hiện biến cố A trong mỗi lần thử \mathcal{C} là p , $0 < p < 1$. Thực hiện phép thử \mathcal{C} lặp lại, độc lập cho đến khi biến cố A xuất hiện và đếm số lần phải thực hiện phép thử \mathcal{C} để lần đầu tiên biến cố A xuất hiện.

- a) Tìm không gian mẫu Ω của phép thử.
 - b) Tính xác suất biến cố A xuất hiện lần đầu tiên ở lần thử thứ k .
 - c) Nghiệm lại rằng $P(\Omega) = 1$.
 - d) Gọi B là biến cố lần đầu tiên xuất hiện biến cố A với số lần thử là chẵn. Tính $P(A)$.
8. Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc trông giống hệt nhau trong đó chỉ có một chiếc mở được kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa khóa một, chiếc nào được thử thì không thử lại. Tính xác suất anh ta mở được cửa ở lần thử thứ 4.
9. Một lô hàng có 9 sản phẩm. Mỗi lần kiểm tra chất lượng lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Sau khi kiểm tra xong trả lại vào lô hàng. Tính xác suất để sau 3 lần kiểm tra lô hàng, tất cả các sản phẩm đều được kiểm tra.
10. Một nhà máy ô tô có ba phân xưởng I, II, III cùng sản xuất ra một loại pít-tông. Phân xưởng I, II, III sản xuất tương ứng 36%, 34%, 30% sản lượng của nhà máy, với tỷ lệ phế phẩm tương ứng là 0,12; 0,1; 0,08.
- a) Tìm tỷ lệ phế phẩm chung của nhà máy.
 - b) Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm kiểm tra và được sản phẩm là phế phẩm. Tính xác suất để phế phẩm đó là do phân xưởng I, II, III sản xuất.
11. Có bốn nhóm xạ thủ tập bắn. Nhóm thứ nhất có 5 người, nhóm thứ hai có 7 người, nhóm thứ ba có 4 người và nhóm thứ tư có 2 người. Xác suất bắn trúng đích của mỗi người trong nhóm thứ nhất, nhóm thứ hai, nhóm thứ ba và nhóm thứ tư theo thứ tự là 0,8; 0,7; 0,6 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và biết rằng xạ thủ này bắn trượt. Hãy xác định xem xạ thủ này có khả năng ở trong nhóm nào nhất.
12. Bắn hai lần độc lập với nhau mỗi lần một viên đạn vào cùng một bia. Xác suất trúng đích của viên đạn thứ nhất là 0,7 và của viên đạn thứ hai là 0,4. Tìm xác suất để chỉ có một viên đạn trúng bia (biến cố A). Sau khi bắn, quan trắc viên báo có một vết đạn ở bia. Tìm xác suất để vết đạn đó là vết đạn của viên đạn thứ nhất.
13. Một nhà máy sản xuất một chi tiết của điện thoại di động có tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn chất lượng là 85%. Trước khi xuất xưởng người ta dùng một thiết bị kiểm tra để kết luận sản phẩm có đạt yêu cầu chất lượng hay không. Thiết bị có khả năng phát hiện đúng sản phẩm đạt tiêu chuẩn với xác suất là 0,9 và phát hiện đúng sản phẩm không đạt tiêu chuẩn với xác suất là 0,95. Tìm xác suất để 1 sản phẩm được chọn ngẫu nhiên sau khi kiểm tra:
- a) Được kết luận là đạt tiêu chuẩn.
 - b) Được kết luận là đạt tiêu chuẩn thì lại không đạt tiêu chuẩn.
 - c) Được kết luận đúng với thực chất của nó.
14. Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận ba giá trị có thể có là x_1, x_2, x_3 . Biết $x_1 = 0,6, x_2 = 4$ với xác suất tương ứng $p_1 = 0,3, p_2 = 0,5$ và có kỳ vọng $E X = 8$. Tìm x_3 và p_3 .
15. Biến ngẫu nhiên X có bảng phân bố

X	-5	2	3	4
P	0,4	0,3	0,1	0,2

Tính kỳ vọng EX và phương sai DX .

16. Cho X_1 và X_2 là hai biến ngẫu nhiên độc lập có bảng phân bố xác suất như sau:

X_1	2	3	5
P	0,3	0,5	0,2

X_2	1	4
P	0,2	0,8

- a) Tính EX_1 ; EX_2 ; DX_1 ; DX_2 .
 b) Tính $E(X_1 + X_2)$ và $D(X_1 + X_2)$.

17. Cho X_1, X_2, X_3 là ba biến ngẫu nhiên độc lập có bảng phân bố xác suất như sau:

X_1	0	2
P	0,6	0,4

X_2	1	2
P	0,4	0,6

X_3	0	2
P	0,8	0,2

Lập $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$. Tính $E(\bar{X})$; $D(\bar{X})$.

18. Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận các giá trị có thể có là $x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$. Tìm các xác suất tương ứng p_1 ; p_2 ; p_3 biết rằng $E(X) = 0,1$ và $D(X) = 0,89$.
19. Xếp ngẫu nhiên 5 hành khách lên 3 toa tàu I, II, III. Gọi X là số khách lên toa I và Y là số khách lên toa II và III.
- a) Tính xác suất để cả 3 toa đều có khách.
 b) Lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X và biến ngẫu nhiên Y .
20. Tuổi thọ của một loài côn trùng nào đó là một biến ngẫu nhiên X (đơn vị là tháng) với hàm mật độ xác suất như sau

$$f_X(x) = \begin{cases} kx^2(2-x) & \text{nếu } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

- a) Tìm k ; Tính xác suất để côn trùng chết trước khi nó được một tháng tuổi;
 b) Tìm EX , DX .
21. Một xí nghiệp có hai ô tô vận tải hoạt động. Xác suất trong ngày làm việc các ô tô bị hỏng tương ứng bằng 0,1 và 0,2. Gọi X là số ô tô bị hỏng trong thời gian làm việc. Lập bảng phân bố xác suất, tính kỳ vọng EX và phương sai DX của X .

22. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc X có bảng phân bố xác suất

X	1	2	3	4	5	6	7
-----	---	---	---	---	---	---	---

P	k	$2k$	$2k$	$3k$	k^2	$2k^2$	$7k^2 + k$
-----	-----	------	------	------	-------	--------	------------

- a) Xác định k .
- b) Tính xác suất $P\{X \geq 5\}$ và $P\{X < 3\}$.
- c) Tính kỳ vọng EX .
- d) Tính phương sai DX .
23. Có 5 sản phẩm trong đó có 4 chính phẩm và 1 phế phẩm. Người ta lấy ra lần lượt 2 sản phẩm (lấy không hoàn lại).
- a) Gọi X là "số phế phẩm có thể gặp phải". Lập bảng phân bố xác suất của X .
 Tính kỳ vọng EX và phương sai DX .
- b) Gọi Y là "số chính phẩm có thể nhận được". Lập hệ thức cho biết mối quan hệ giữa Y và X . Tính kỳ vọng EY và phương sai DY .
24. Một nhóm có 10 người trong đó có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên ra 3 người. Gọi X là số nữ có trong nhóm được chọn. Lập bảng phân bố xác suất của X . Tính kỳ vọng EX .
25. Hai kiện tướng bóng bàn ngang sức thi đấu với nhau. Hỏi thắng 2 trong 4 ván dễ hơn hay thắng 3 trong 6 ván dễ hơn.
26. Một nữ công nhân quản lý 12 máy dệt. Xác suất để mỗi máy trong khoảng thời gian T cần đến sự chăm sóc của nữ công nhân là $1/3$. Tính xác suất:
- a) Trong khoảng thời gian T có 4 máy cần đến sự chăm sóc của nữ công nhân.
- b) Trong khoảng thời gian T có từ 3 đến 6 máy cần đến sự chăm sóc của nữ công nhân.
27. Trong một lô hàng có 800 sản phẩm loại 1 và 200 sản phẩm loại 2. Lấy ngẫu nhiên ra 5 sản phẩm theo phương thức có hoàn lại. Gọi X là số sản phẩm loại 1 lấy được.
- a) X tuân theo quy luật phân bố gì? Viết biểu thức tổng quát của quy luật.
- b) Tìm kỳ vọng và phương sai của X .
- c) Tìm một của X và tính khả năng để xảy ra điều đó.
28. Xác suất để sản phẩm sản xuất ra bị hỏng bằng $0,1$.
- a) Tìm xác suất để trong 5 sản phẩm sản xuất ra có không quá 2 sản phẩm hỏng.
- b) Tìm số sản phẩm hỏng trung bình trong 5 sản phẩm đó.
- c) Tìm số sản phẩm hỏng có khả năng xảy ra nhiều nhất.
29. Một bài thi trắc nghiệm gồm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 5 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm và câu trả lời sai bị trừ 2 điểm. Một học sinh kém làm bài bằng cách chọn hù hoạ một phương án cho mỗi câu hỏi. Tính xác suất để:
- a) Anh ta được 4 điểm.

- b) Anh ta bị điếm âm.
30. Một nguồn nhị phân sinh ngẫu nhiên hai chữ số 1, 0 với xác suất tương ứng 0,6 và 0,4.
- a) Tính xác suất có hai chữ số 1 và ba chữ số 0 trong một dãy có năm chữ số.
- b) Tính xác suất có ít nhất ba chữ số 1 trong một dãy có năm chữ số.
31. Tín hiệu thông tin được phát đi 5 lần độc lập nhau. Xác suất thu được tin của mỗi lần phát là 0,7. Tính xác suất:
- a) Thu được tín hiệu đúng 2 lần.
- b) Thu được tín hiệu nhiều nhất 1 lần.
- c) Thu được tin.
32. Một cầu thủ nổi tiếng về đá phạt đền, xác suất đá vào gôn là $4/5$. Có người cho rằng cứ “sút” 5 quả thì chắc chắn rằng có 4 quả vào lưới. Điều khẳng định đó có đúng không? Tìm xác suất để trong 5 lần sút có đúng 4 lần bóng vào lưới.
33. Ở một tổng đài bưu điện các cuộc điện thoại gọi đến xuất hiện một cách ngẫu nhiên, độc lập với nhau và trung bình có 2 cuộc gọi trong một phút. Tính xác suất để:
- a) Có ít nhất một cuộc gọi trong khoảng thời gian 10 giây.
- b) Trong khoảng thời gian 3 phút có nhiều nhất ba cuộc gọi.
- c) Trong khoảng thời gian 3 phút liên tiếp mỗi phút có nhiều nhất một cuộc gọi.
34. Biến ngẫu nhiên X tuân theo quy luật chuẩn với kỳ vọng $\mu = 10$ và phương sai $\sigma^2 = 4$. Tính xác suất để X nhận giá trị trong khoảng (8; 12).
35. Biến ngẫu nhiên X tuân theo quy luật chuẩn với kỳ vọng $\mu = 10$. Xác suất để X nhận giá trị trong khoảng (10; 20) là 0,3. Tìm xác suất để X nhận giá trị trong khoảng (0; 10).
36. Trọng lượng sản phẩm X do một máy tự động sản xuất là một biến ngẫu nhiên tuân theo quy luật chuẩn với $\mu = 100$ gam và độ lệch chuẩn $\sigma = 1$ gam. Sản phẩm được coi là đạt tiêu chuẩn kỹ thuật nếu trọng lượng của nó đạt từ 98 đến 102gam.
- a) Tìm tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật của nhà máy.
- b) Tìm tỷ lệ phế phẩm của nhà máy.
- c) Giải thích bằng đồ thị kết quả tìm được ở phần a).
37. Chiều cao của nam giới khi trưởng thành ở một vùng dân cư là biến ngẫu nhiên phân bố chuẩn với kỳ vọng $\mu = 160$ cm và độ lệch chuẩn $\sigma = 6$ cm. Một thanh niên bị coi là lùn nếu có chiều cao nhỏ hơn 155 cm.
- a) Tìm tỷ lệ thanh niên lùn ở vùng đó.
- b) Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên 4 người thì có ít nhất 1 người không bị lùn.
38. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên có bảng phân bố xác suất đồng thời như sau

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3
x_1	0,18	0,22	0,16
x_2	0,08	0,16	0,20

Tìm bảng phân bố xác suất của hai biến ngẫu nhiên thành phần X, Y .

39. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên có bảng phân bố xác suất đồng thời như sau

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	4/15	1/15	4/15
0	1/15	2/15	1/15
1	0	2/15	0

Hãy xác định $EX, EY, \text{cov}(X, Y)$ và $\rho_{X, Y}$. X, Y có độc lập không?

40. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên có bảng phân bố xác suất đồng thời như sau

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,12	0,15	0,03
2	0,28	0,35	0,07

- Chứng minh rằng X, Y có độc lập.
- Tìm quy luật phân bố của biến ngẫu nhiên $Z = XY$.
- Tính các kỳ vọng EX, EY, EZ .

41. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên độc lập có bảng phân bố xác suất như sau:

X	0	1	2	3
P	0,4	0,3	0,2	0,1

Y	0	1	2	3	4
P	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05

Tìm bảng phân bố xác suất đồng thời của X, Y . Tính xác suất $P\{X > Y\}$.

42. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên có bảng phân bố xác suất đồng thời như sau

	Y			
X		1	2	3
1		0,15	0,20	0,10
2		0,35	0,05	0,15

Hai biến ngẫu nhiên X, Y có độc lập không. Tính xác suất $P\{X = 1 | Y = 2\}$.

43. Gieo đồng thời một con xúc xắc và một đồng tiền. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số chấm của con xúc xắc và Y là biến ngẫu nhiên chỉ mặt sấp (1) hay mặt ngửa (0) của đồng tiền. Lập bảng phân bố xác suất đồng thời của X và Y .

44. Cho bảng phân bố xác suất đồng thời của X, Y

	X				
Y		26	30	41	50
23		0,05	0,08	0,12	0,04
27		0,09	0,30	0,11	0,21

Tìm bảng phân bố xác suất điều kiện của Y khi $X = 26$ và của X khi $Y = 27$.

45. Cho bảng phân bố xác suất đồng thời của X, Y

	X				
Y		1	3	4	8
3		0,15	0,06	0,25	0,04
6		0,30	0,10	0,03	0,07

- a) Tìm kỳ vọng có điều kiện của Y khi $X = 1$.
- b) Tìm các kỳ vọng EX, EY và phương sai DX, DY .

46. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên có bảng phân bố xác suất đồng thời

	Y			
X		-1	0	1
-1		4α	α	4α
0		α	2α	α
1		0	2α	0

- a) Tìm α . Tính EX, EY .
- b) Tính $\text{cov}(X, Y), \rho(X, Y)$.
- c) X và Y có độc lập không.

47. Giả sử X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố Poisson tham số λ . Tìm hàm khối lượng xác suất với điều kiện $B = \{X \text{ chẵn}\}$.

48. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ xác suất xác định như sau:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} kx & \text{nếu } 0 < y < x < 1 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}.$$

- Tìm k .
- Tìm các hàm mật độ xác suất của X và của Y .
- X và Y có độc lập không?

49. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ xác suất xác định như sau:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2y} & \text{nếu } x \geq 1 \text{ và } \frac{1}{x} \leq y \leq x, \\ 0 & \text{nếu ngược lại.} \end{cases}$$

- Tìm hàm mật độ xác suất của X và của Y ,
- Tìm hàm mật độ xác suất có điều kiện $f(x|y)$ và $f(y|x)$.

50. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ xác suất xác định như sau:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k(x+y) & \text{nếu } 0 < x < 2, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- Tìm k . Tìm hàm mật độ xác suất của X và của Y . X, Y có độc lập không.
- Tìm hàm mật độ xác suất có điều kiện $f_{X|Y}(x|y)$ và $f_{Y|X}(y|x)$.
- Tính $P\{0 < Y < 1/2 | X = 1\}$.

51. Cho X là biến ngẫu nhiên với hàm phân bố $F_X(x)$ và hàm mật độ $f_X(x)$. Đặt $Y = aX + b$, $a \neq 0$ và b là hai hằng số thực. Tìm hàm phân bố và hàm mật độ của Y .

52. Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn đồng thời với

$$EX = 35, EY = 20, DX = 36, DY = 16 \text{ và } \rho_{X,Y} = 0,8.$$

Tìm kỳ vọng và phương sai của $2X - 3Y$.